

Impronte digitali

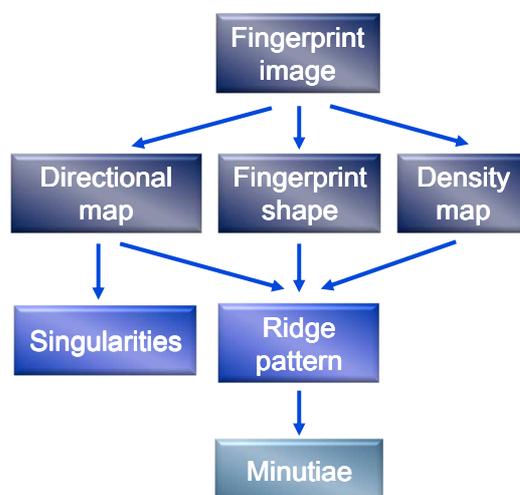
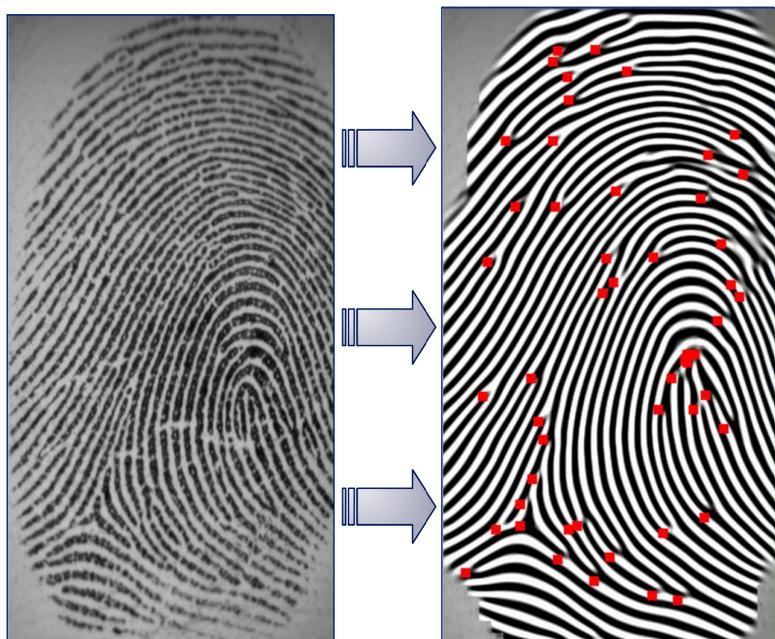
Feature extraction

Annalisa Franco
annalisa.franco@unibo.it

Dario Maio
dario.maio@unibo.it

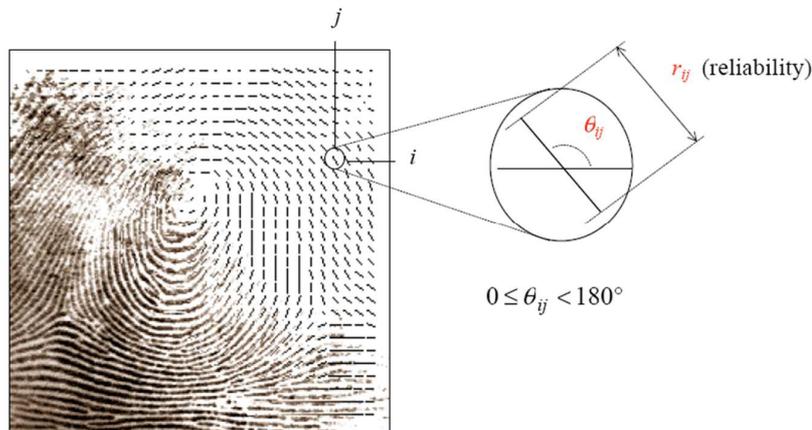
2

Passi per l'estrazione di feature



Orientazione locale delle ridge line (1)

- L'orientazione locale delle ridge line in posizione $[i,j]$ è definita come l'angolo $\theta_{i,j}$ che le ridge line, che attraversano un intorno piccolo a piacere del punto $[i,j]$, formano con l'asse orizzontale.



Coerenza
(o affidabilità)
valore basso per
regioni rumorose e
molto rovinate

- Invece di calcolare l'orientazione locale in ogni pixel, la maggior parte degli approcci effettua una stima in posizioni discrete.
- L'**immagine direzionale D** è una matrice in cui ogni elemento θ_{ij} , corrispondente al nodo $[i,j]$ di una griglia quadrata posizionata sul pixel $[x_i,y_j]$, denota l'orientazione media delle ridge in un intorno di $[x_i,y_j]$.

Orientazione locale delle ridge line (2)

- L'approccio più semplice e naturale per l'estrazione dell'orientazione locale è basato sul calcolo del **gradiente dell'immagine**.
- Il gradiente $\nabla(x_i,y_j)$ nel punto $[x_i,y_j]$ dell'immagine I è un vettore bidimensionale $[\nabla_x(x_i, y_j), \nabla_y(x_i, y_j)]$, dove ∇_x e ∇_y sono rispettivamente le derivate di I in $[x_i,y_j]$ rispetto alle direzioni x e y .
- L'angolo di fase del gradiente indica la direzione del massimo cambiamento d'intensità dei pixel. La direzione θ_{ij} di un ipotetico edge che attraversa la regione centrata in $[x_i,y_j]$ è ortogonale all'angolo di fase del gradiente in $[x_i,y_j]$.
- Problemi:
 - **Non linearità** e **discontinuità** attorno a 90° .
 - La stima di una singola orientazione rappresenta un'analisi di basso livello eccessivamente sensibile al **rumore**. D'altra parte non è possibile fare una semplice media di più gradienti a causa della **circolarità degli angoli**.
 - Il concetto di **orientazione media** non sempre è ben definito; ad esempio qual è la media di due orientazioni ortogonali 0° e 90° ?

Regolarizzazione di orientazioni locali

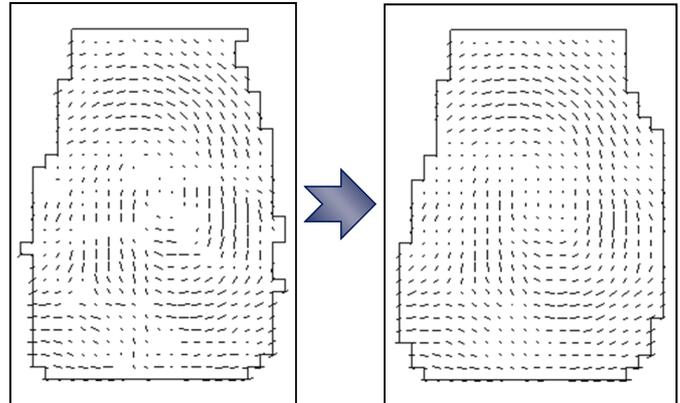
- Qual è l'orientazione media tra 5° e 175° ?
E tra 0° e 90° ?
- Una soluzione semplice ed elegante, per superare il problema della circolarità consiste nel **raddoppiare gli angoli**; ogni elemento dell'immagine direzionale D è codificato allora dal vettore:

$$\mathbf{d}_{ij} = [r_{ij} \cdot \cos 2\theta_{ij}, r_{ij} \cdot \sin 2\theta_{ij}]$$

dove r_{ij} denota la **coerenza** dell'orientazione θ_{ij}

- La media degli angoli in una finestra locale di dimensione $n \times n$ può essere calcolata effettuando separatamente la media per le due componenti x e y .

$$\bar{\mathbf{d}} = \left[\frac{1}{n^2} \sum_{i,j} r_{ij} \cdot \cos 2\theta_{ij}, \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} r_{ij} \cdot \sin 2\theta_{ij} \right]$$



Calcolo dell'orientazione locale

- L'**orientazione locale dominante** può essere calcolata in modo robusto tramite la seguente formula, basata sulla media locale delle stime del gradiente in una finestra centrata nel punto $[x_i, y_j]$ (nell'esempio di dimensioni 17×17):

$$\begin{aligned} \theta_{ij} &= 90^\circ + \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(2G_{xy}, G_{xx} - G_{yy}), \\ G_{xy} &= \sum_{h=-8}^8 \sum_{k=-8}^8 \nabla_x(x_i + h, y_j + k) \cdot \nabla_y(x_i + h, y_j + k), \\ G_{xx} &= \sum_{h=-8}^8 \sum_{k=-8}^8 \nabla_x(x_i + h, y_j + k)^2, \\ G_{yy} &= \sum_{h=-8}^8 \sum_{k=-8}^8 \nabla_y(x_i + h, y_j + k)^2, \end{aligned}$$

dove ∇_x e ∇_y sono le componenti x e y del gradiente calcolato su una maschera di Sobel 3×3 e $\operatorname{atan2}(y, x)$ è l'arcotangente delle due variabili y e x .

La **coerenza** r_{ij} di ciascuna orientazione è data da:

$$r_{ij} = \frac{\sqrt{(G_{xx} - G_{yy})^2 + 4G_{xy}^2}}{G_{xx} + G_{yy}}$$

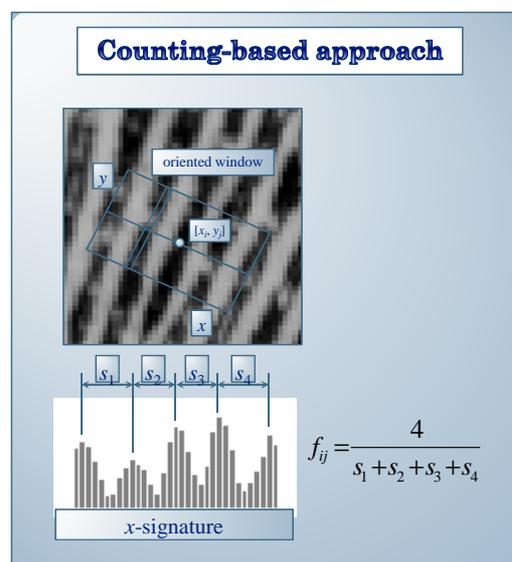
Frequenza locale delle ridge line

- La frequenza locale delle ridge line f_{xy} nel punto $[x,y]$ è definita come il numero di ridge per lunghezza unitaria lungo un ipotetico segmento centrato nel punto $[x,y]$ e ortogonale all'orientazione locale delle ridge.
- È possibile calcolare un'immagine delle frequenze F , analoga all'immagine direzionale D , stimando la frequenza in posizioni discrete organizzate in una matrice.



Calcolo della frequenza locale (1)

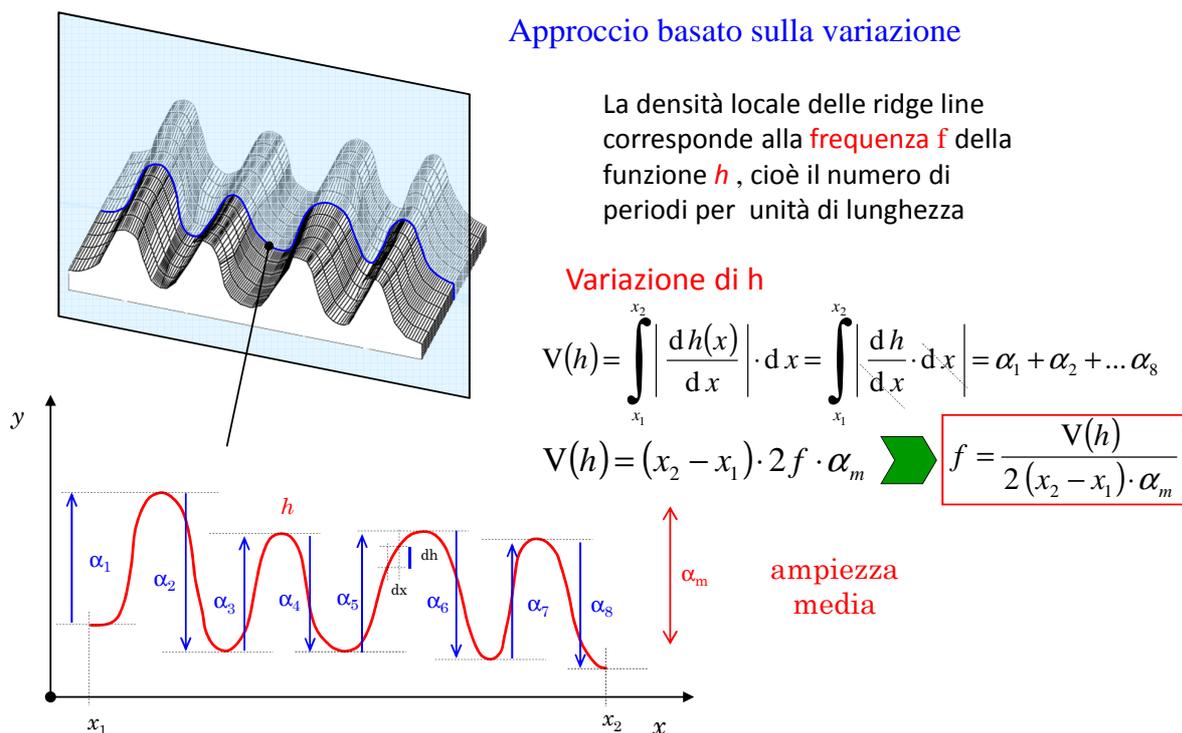
- Un possibile approccio consiste nel contare il numero medio di pixel tra picchi consecutivi dei livelli di grigio lungo la direzione ortogonale all'orientazione locale delle ridge line.
- La superficie S corrispondente all'impronta è sezionata con un piano parallelo all'asse z e ortogonale all'orientazione locale.
- La frequenza f_{ij} si calcola come segue:
 - Si definisce una finestra di dimensione 32×16 nel sistema di coordinate delle ridge (ruotate per allineare l'asse y con l'orientazione della ridge line);
 - La **x -signature** dei livelli di grigio si ottiene sommando, per ogni colonna x , i livelli di grigio dei pixel corrispondenti nella finestra orientata;
 - f_{ij} è calcolata come l'inverso della distanza media tra due picchi consecutivi nella x -signature.



Calcolo della frequenza locale (2)

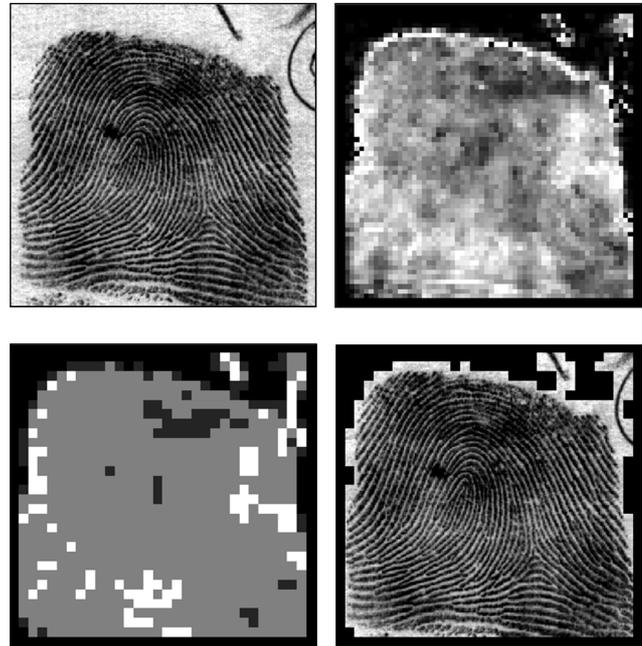
- Un approccio alternativo consiste nel modellare localmente il ridge pattern come una **superficie sinusoidale** e sfruttare il teorema della variazione per stimare la frequenza.
- La variazione V di una funzione h nell'intervallo $[x_1, x_2]$ corrisponde al “**cambiamento verticale**” in h .
- Se la **funzione h è periodica** in $[x_1, x_2]$ (o le variazioni di ampiezza in questo intervallo sono piccole), la variazione può essere espressa in funzione della frequenza (f) e dell'ampiezza media (α_m).
- La variazione e l'ampiezza media di un ridge pattern bidimensionale possono essere stimati tramite le **derivate parziali del primo e del secondo ordine**.

Calcolo della frequenza locale (3)



Segmentazione (1)

- Il termine segmentazione è solitamente utilizzato per indicare la separazione dell'area dell'impronta (**foreground**) dallo sfondo (**background**).
- Il foreground si caratterizza per la presenza di un pattern striato e orientato, mentre il background presenta un pattern isotropico.



Segmentazione (2)

- Come misurare l'anisotropia?
 - **Presenza di un picco in un istogramma locale di orientazioni** [1]
 - L'orientazione delle ridge line è stimata in ogni pixel e si calcola un istogramma in ogni blocco 16×16. La presenza di un picco significativo denota un pattern orientato, mentre un istogramma "piatto" è caratteristico di un segnale isotropico. Metodo non applicabile nelle aree perfettamente uniformi.
 - **Varianza dei livelli di grigio nella direzione ortogonale al gradiente** [2]
 - Nelle regioni rumorose il pattern non dipende dalla direzione, mentre l'area dell'impronta è caratterizzata da una varianza molto elevata nella direzione ortogonale all'orientazione delle ridge e molto bassa lungo le ridge.
 - **Magnitudo del gradiente** [3]
 - Poiché l'area dell'impronta è ricca di edge dovuti all'alternanza di ridge e valli, il gradiente è elevato nel foreground e basso altrove.
 - **Combinazione di più caratteristiche** [4]
 - Per ogni pixel si calcolano alcune caratteristiche (coerenza del gradiente, media e varianza dell'intensità), e l'assegnazione a foreground/background è operata da un classificatore. Infine si effettua un post-processing.

[1] B.M. Mehtre, N.N. Murthy, S. Kapoor, B. Chatterjee, "Segmentation of Fingerprint Images Using the Directional Image", *Pattern Recognition*, vol. 20, no. 4, pp. 429-435, 1987.

[2] Ratha, Chen, Jain, "Adaptive Flow Orientation-Based Feature Extraction in Fingerprint Images", *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 11, pp. 1657-1672, 1995.

[3] D. Maio, D. Maltoni, "Direct Gray-Scale Minutiae Detection in Fingerprints", *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, no. 1, 1997.

[4] A.M. Bazen, S.H. Gerez, "Segmentation of Fingerprint Images", in *Proc. ProRISC*, pp. 276-280, 2001.

Segmentazione (3)

- Segmentazione in base alla magnitudo del gradiente
 - Calcolo del valore medio della magnitudo del gradiente:

$$\bar{G} = \frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in I} (\nabla_x^2 + \nabla_y^2)$$

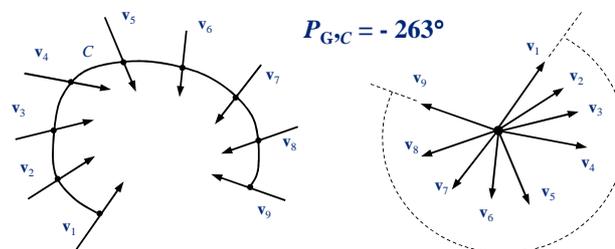
dove N è il numero di pixel dell'immagine I .

- Analisi dell'immagine a blocchi
 - Per ogni blocco b si calcola il valore medio della magnitudo del gradiente (\bar{G}_b).
 - Se $\bar{G}_b \geq \bar{G} \times thr$ tutti i pixel del blocco sono etichettati come foreground, altrimenti come background.

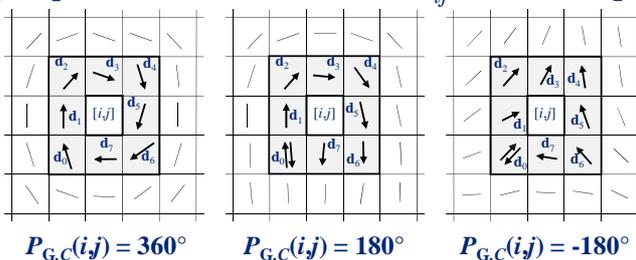
Localizzazione di singolarità (1)

La maggior parte degli approcci si basa sull'immagine direzionale dell'impronta. Un metodo pratico ed elegante si basa sul calcolo dell'indice di Poincaré.

Sia G un campo vettoriale e sia C una curva immersa in G ; **l'indice di Poincaré** $P_{G,C}$ è definito come la rotazione totale dei vettori di G lungo C .



Sia G il campo associato all'immagine delle orientazioni dell'impronta D e sia $[i,j]$ la posizione dell'elemento θ_{ij} nell'immagine.

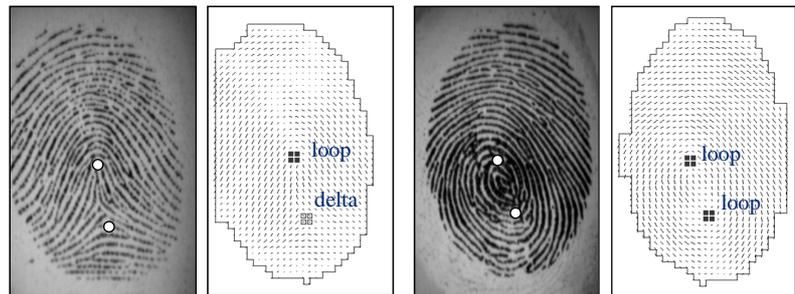


$$P_{G,C}(i,j) = \sum_{k=0..7} \text{angle}(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_{(k+1) \bmod 8})$$

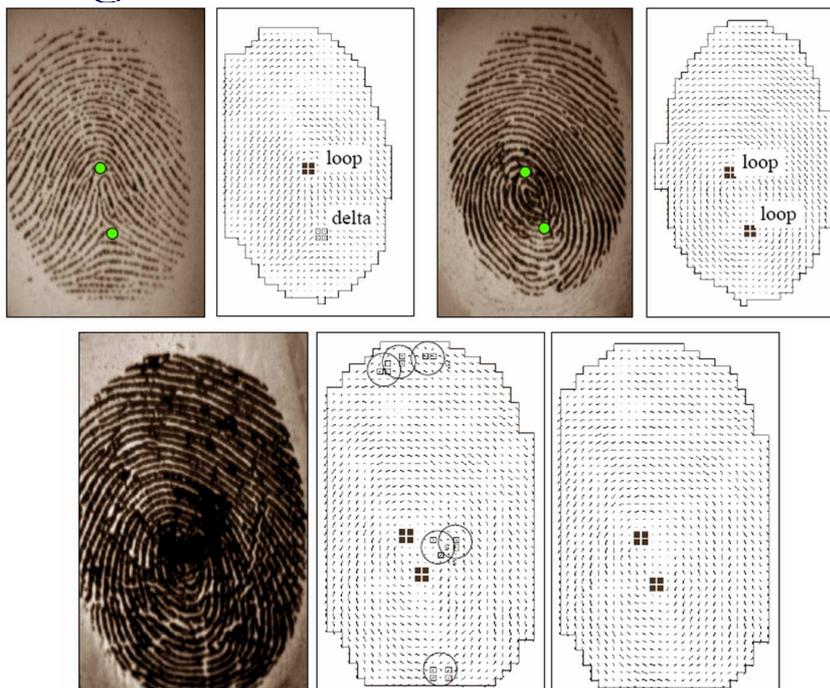
Localizzazione di singolarità (2)

- L'indice di Poincaré può essere calcolato come segue:
 - La curva C è un percorso chiuso definito come *sequenza ordinata di alcuni elementi di D* , tali che $[i,j]$ siano punti interni;
 - L'indice $P_{G,C}(i,j)$ si calcola *sommando algebricamente le differenze di orientazione tra elementi adiacenti di C* .
 - La somma delle differenze di orientazioni richiede che sia associata una *direzione a ciascuna orientazione*. Si può selezionare casualmente la direzione del primo elemento e assegnare la direzione più vicina a quella dell'elemento precedente a tutti gli elementi successivi.
 - Si dimostra che, su curve chiuse, l'indice di Poincaré assume solo uno dei valori discreti $0^\circ, \pm 180^\circ, \pm 360^\circ$. In particolare, per le singolarità di impronte digitali:

$$P_{G,C} = \begin{cases} 0^\circ & \text{nessuna singolarità} \\ 360^\circ & \text{whorl} \\ 180^\circ & \text{loop} \\ -180^\circ & \text{delta} \end{cases}$$



Localizzazione di singolarità e regolarizzazione di orientazioni



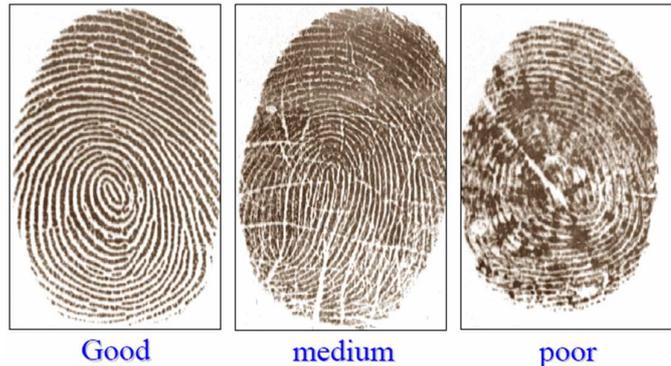
Lo smoothing di orientazioni locali è necessario per controllare il rumore

Quanto regolarizzare?

Si itera finché non si localizza un numero valido di singolarità o si raggiunge il numero massimo di passi consentiti

Enhancement (1)

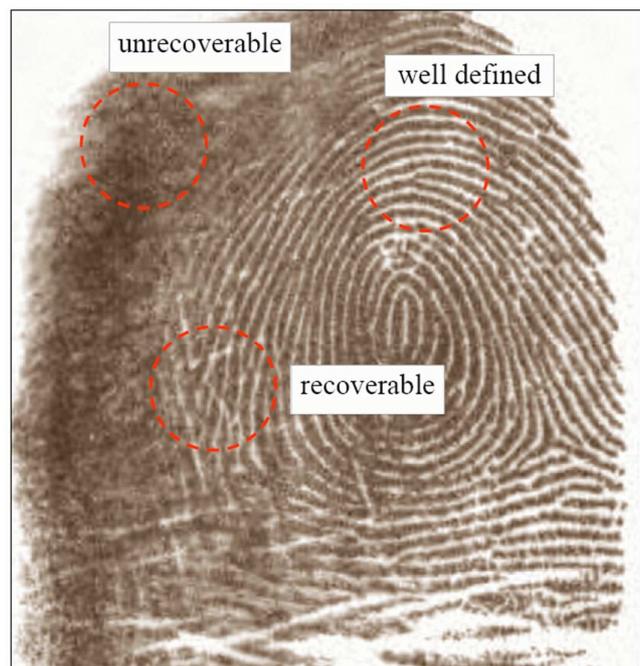
- Le prestazioni degli algoritmi di estrazione feature e riconoscimento di impronte dipendono fortemente dalla qualità dell'immagine.
- Una porzione significativa delle immagini acquisite (circa 10%) è di **scarsa qualità** a causa delle condizioni della pelle (secca o umida, con tagli o abrasioni), rumore, pressione del dito non corretta, bassa qualità intrinseca delle impronte di particolari categorie di persone (lavoratori manuali, anziani).
- Esistono diversi tipi di degradazioni associate alle impronte digitali:
 - le **ridge line non sono continue**;
 - le ridge line parallele **non sono ben separate** a causa della presenza di rumore;
 - **tagli e abrasioni**.



L'obiettivo delle tecniche di enhancement è il **miglioramento della qualità** delle immagini di impronte digitali

Enhancement (2)

- Le aree dell'impronta individuate dopo la segmentazione possono essere divise in tre categorie:
 - **regione ben definita**: caratterizzata da ridge line ben distinte;
 - **regione recuperabile**: ridge line parzialmente rovinate ma ancora chiaramente visibili; le zone circostanti forniscono informazioni sufficienti circa la loro struttura;
 - **regione non recuperabile**: ridge line completamente rovinate per la presenza di rumore e le zone circostanti non forniscono informazioni utili sulla loro struttura.
- Ogni regione può essere classificata come appartenente a una delle tre categorie sulla base di diversi **criteri di qualità dell'immagine**: contrasto, consistenza delle orientazioni, frequenza delle ridge line o altre caratteristiche locali.



Enhancement – pre-processing

- L'input per la procedura di enhancement è solitamente un'immagine a livelli di grigio; l'output può essere un'immagine a livelli di grigio o un'immagine binaria.
- Le tecniche di miglioramento della qualità delle immagini generiche non risultano molto efficaci con le impronte digitali; tuttavia alcune operazioni (es. aumento del contrasto normalizzazione, modifica dell'istogramma) possono rappresentare un utile passo di pre-processing.
- Una possibile tecnica di normalizzazione agisce sul singolo pixel determinandone il nuovo valore di intensità in base alla formula seguente:

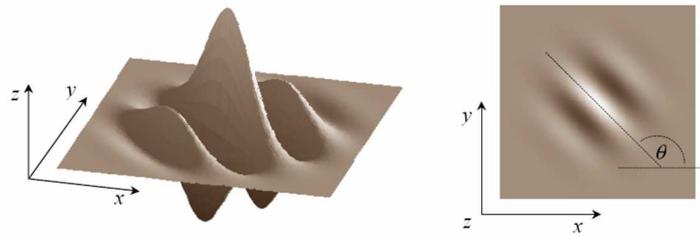
$$\mathbf{I}'[x, y] = \begin{cases} m_0 + \sqrt{(\mathbf{I}[x, y] - m)^2 \cdot v_0 / v} & \text{se } \mathbf{I}[x, y] > m \\ m_0 - \sqrt{(\mathbf{I}[x, y] - m)^2 \cdot v_0 / v} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove m e v sono la media e la varianza nell'immagine e m_0 e v_0 sono la media e la varianza desiderate dopo la normalizzazione.

Enhancement - filtraggio contestuale

- Nel filtraggio contestuale le caratteristiche del filtro utilizzato cambiano a seconda del **contesto locale**; è precalcolato un insieme di filtri e in ogni regione dell'immagine si seleziona quello più appropriato.
- Nell'ambito delle impronte digitali il contesto locale è descritto dalla frequenza e dall'orientazione delle ridge line che determinano le caratteristiche del ridge pattern.
- Sono stati proposti molti tipi diversi di filtro per l'enhancement, ma tutti perseguono gli stessi obiettivi:
 - mediare i valori dei livelli di grigio nella direzione delle ridge per “riempire” piccoli buchi (filtro **passa-basso**);
 - aumentare la separazione tra ridge e valli e separare ridge parallele agendo in direzione ortogonale rispetto a quella delle ridge line (filtro **passa-banda**).

Filtri di Gabor



- **Filtri di Gabor:** onda sinusoidale modulata da una distribuzione Gaussiana.
- Il filtro di Gabor simmetrico bi-dimensionale ha la seguente forma:

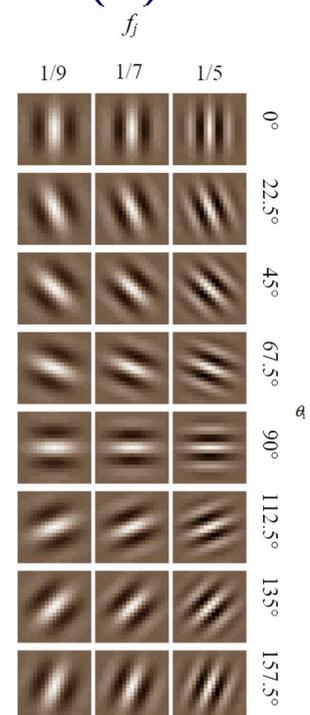
$$g(x, y : \theta, f) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x_\theta^2}{\sigma_x^2} + \frac{y_\theta^2}{\sigma_y^2}\right]\right\} \cdot \cos(2\pi f \cdot x_\theta)$$

dove θ è l'orientazione del filtro, f è la frequenza della sinusoidale, σ_x e σ_y sono le deviazioni standard della Gaussiana negli assi x e y rispettivamente e $[x_\theta, y_\theta]$ sono le coordinate di $[x, y]$ dopo una rotazione in senso orario degli assi cartesiani di un angolo pari a $(90^\circ - \theta)$.

$$\begin{bmatrix} x_\theta \\ y_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - \theta) & \sin(90^\circ - \theta) \\ -\sin(90^\circ - \theta) & \cos(90^\circ - \theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Enhancement con filtri di Gabor (1)

- Per l'enhancement di impronte i parametri (θ , f , σ_x e σ_y) possono essere fissati come segue:
 - f corrisponde alla **frequenza locale** delle ridge line;
 - θ corrisponde all'**orientazione locale** delle ridge line;
 - σ_x e σ_y devono essere fissati tenendo conto che:
 - Più alto è il valore, maggiore è la robustezza del filtro al rumore, ma esiste la possibilità di creare false ridge e valli;
 - Più basso è il valore, minore è la capacità di rimuovere il rumore presente nell'immagine, anche se si riduce la possibilità di creare ridge e valli spurie.
- Per ragioni di efficienza solitamente si pre-calcola un **banco di filtri** $\{g_{ij}(x, y) | i=1..n_\theta, j=1..n_f\}$, dove n_θ è il numero di orientazioni discrete $\{\theta_i | i=1..n_\theta\}$ e n_f è il numero di frequenze discrete $\{f_j | j=1..n_f\}$.
- La **convoluzione** è effettuata in ogni pixel $[x, y]$ con il filtro $g_{ij}(x, y)$ tale che θ_i è l'orientazione discreta più vicina a θ_{xy} e f_j è la frequenza discreta più vicina a f_{xy} .

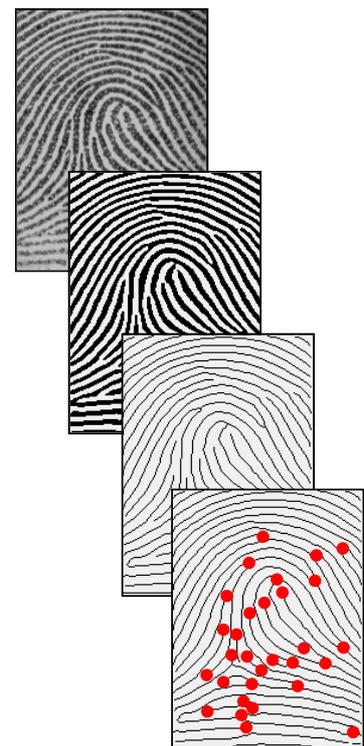


Enhancement con filtri di Gabor (2)



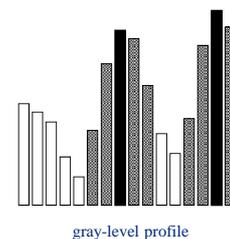
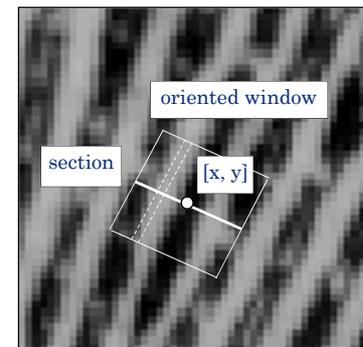
Estrazione di minuzie

- Passo estremamente importante che influenza notevolmente i risultati di riconoscimento.
- Approccio tradizionale:
 - *Binarizzazione*:
conversione di un'immagine a livelli di grigio in un'immagine binaria;
 - *Thinning*:
l'immagine binaria è sottoposta a un passo di assottigliamento che riduce lo spessore delle ridge line a 1 pixel;
 - *Localizzazione*:
si fa ricorso a una scansione dell'immagine per localizzare i pixel corrispondenti alle minuzie



Estrazione di minuzie - binarizzazione

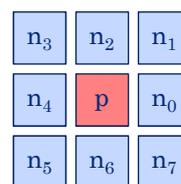
- La binarizzazione può essere effettuata localizzando i **picchi nei profili dei livelli di grigio** in una sezione ortogonale all'orientazione delle ridge line.
- Attorno a ogni pixel $[x,y]$ si posiziona una finestra orientata di dimensione 16×16 .
- Il profilo dei livelli di grigio si ottiene proiettando l'intensità dei pixel nella sezione centrale.
- Il profilo è successivamente smussato tramite un'operazione di media locale; i **picchi e i due pixel a essi adiacenti** da entrambi i lati sono associati al foreground nell'immagine binarizzata.



N.K. Ratha, S.Y. Chen, A.K. Jain, "Adaptive Flow Orientation-based Feature Extraction in Fingerprint Images", *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 11, pp. 1657-1672, 1995.

Estrazione di minuzie - thinning

- Uno degli algoritmi di thinning più noti è quello di Hilditch.
- Sia $A(\mathbf{p})$ il numero di transizioni *Background* \rightarrow *Foreground* nella sequenza ordinata:
 - $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_0$
- Sia $B(\mathbf{p})$ il numero di pixel appartenenti a F (foreground) nell'8-intorno di \mathbf{p} .
- A ogni passo:
 - l'algoritmo considera tutti i pixel in modo parallelo (l'operazione su un pixel non dipende da quelli già esaminati)
 - i pixel \mathbf{p} che rispettano le 4 condizioni a,b,c,d sono cancellati
- L'algoritmo termina quando nessun nuovo pixel può essere cancellato.



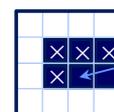
$A(\mathbf{p})=1$
 $B(\mathbf{p})=2$



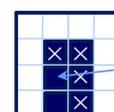
$A(\mathbf{p})=2$
 $B(\mathbf{p})=2$

Condizioni

- $2 \leq B(\mathbf{p}) \leq 6$
- $A(\mathbf{p}) = 1$
- $n_2=\text{back}$ or $n_0=\text{back}$ or $n_4=\text{back}$ or $A(n_2) <> 1$
- $n_2=\text{back}$ or $n_0=\text{back}$ or $n_6=\text{back}$ or $A(n_0) <> 1$



Pixel non eliminato per la condizione c)



Pixel non eliminato per la condizione d)

Vedere anche T. Y. Zhang, C. Y. Suen, "A fast parallel algorithm for thinning digital patterns", *Communications of the ACM*, vol. 27, no. 3, 1984.

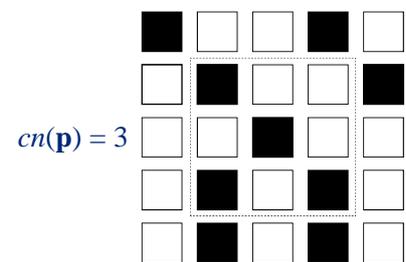
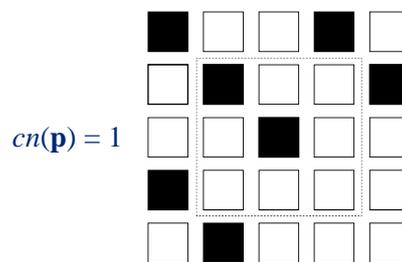
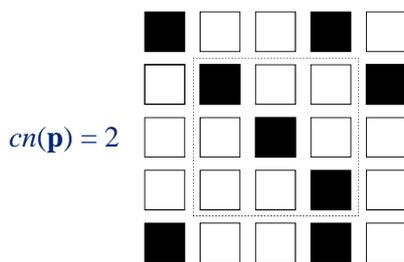
Estrazione di minuzie - localizzazione

La localizzazione delle minuzie si basa sull'analisi del *crossing number*:

$$cn(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1..8} |val(\mathbf{p}_{i \bmod 8}) - val(\mathbf{p}_{i-1})|$$

dove $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_7$ sono i pixel appartenenti a una sequenza ordinata di pixel che costituiscono l'intorno del pixel \mathbf{p} e $val(\mathbf{p}) \in \{0,1\}$ è il valore del pixel \mathbf{p} . Si nota che un pixel \mathbf{p} con $val(\mathbf{p})=1$:

- è un **punto interno** a una ridge line se $cn(\mathbf{p})=2$;
- corrisponde a una **terminazione** se $cn(\mathbf{p})=1$;
- corrisponde a una **biforcazione** se $cn(\mathbf{p})=3$;
- appartiene a una **minuzia più complessa** se $cn(\mathbf{p}) > 3$.

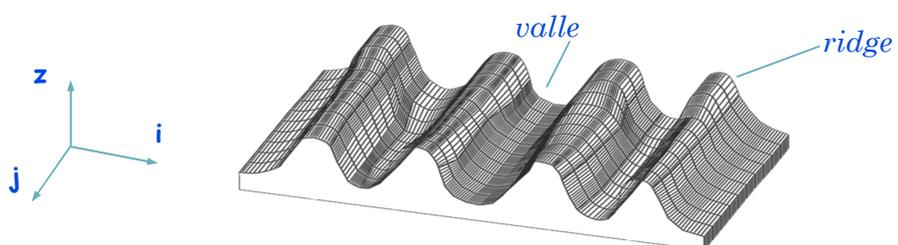


Estrazione di minuzie da immagini a livelli di grigio (1)

- Problemi dell'estrazione di minuzie da immagini binarie:
 - durante il processo di binarizzazione si potrebbero **perdere informazioni significative**;
 - la binarizzazione e l'assottigliamento sono **costose** dal punto di vista dei **tempi di elaborazione**;
 - l'assottigliamento potrebbe introdurre un numero elevato di **false minuzie**;
 - molte tecniche di binarizzazione non forniscono buoni risultati quando applicate a immagini di scarsa qualità.



Seguire le ridge line sull'immagine a livelli di grigio seguendo l'orientazione locale del ridge pattern

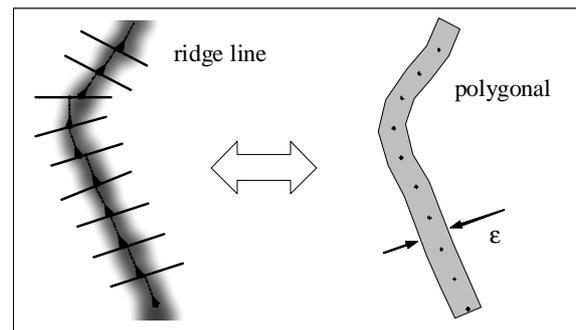


Estrazione di minuzie da immagini a livelli di grigio (2)

- **Idea di base:** inseguire le ridge line in un'immagine a livelli di grigio, guidati dall'orientazione locale.
- Da un punto di vista matematico una ridge line è definita come un **insieme di punti** che costituiscono **massimi locali** lungo una direzione.

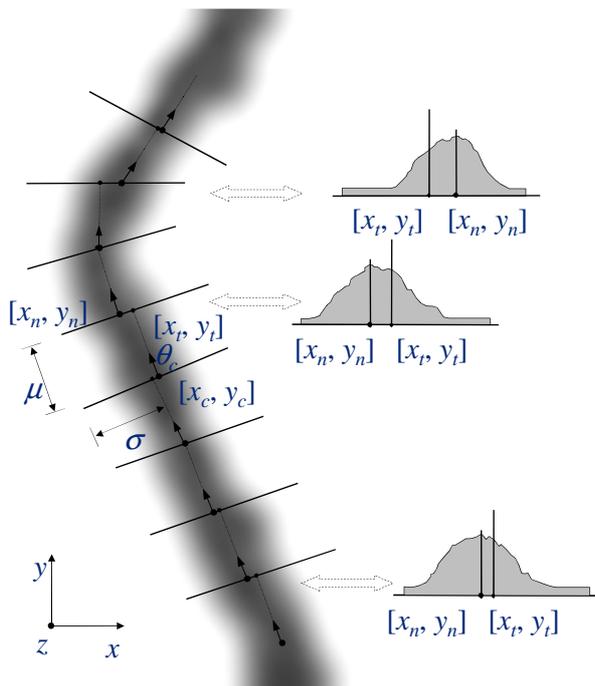
L'algoritmo di estrazione cerca di localizzare, a ogni passo, un massimo locale relativo a una sezione ortogonale alla direzione della ridge.

Collegando i massimi consecutivi si ottiene un'**approssimazione poligonale della ridge line**.



D. Maio, D. Maltoni, "Direct Gray-Scale Minutiae Detection in Fingerprints", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, no. 1, 1997.

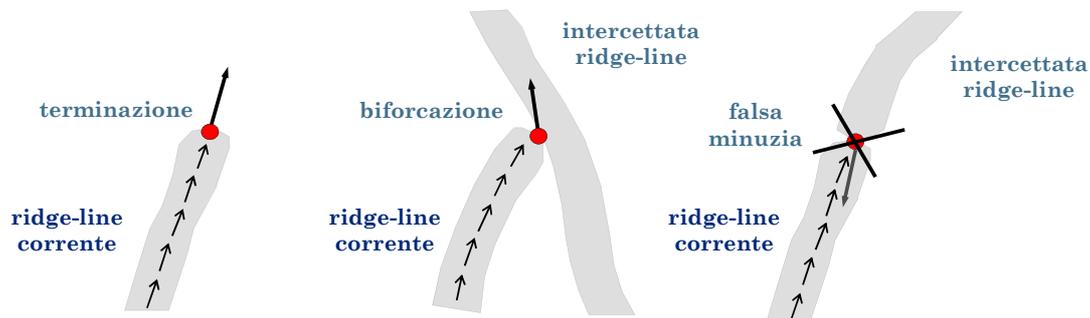
Estrazione di minuzie da immagini a livelli di grigio (3)



- Dati un punto di partenza $[x_c, y_c]$ e una direzione iniziale θ_c l'algoritmo calcola un nuovo punto $[x_c, y_c]$ ad ogni passo, spostandosi di μ pixel dalla posizione corrente lungo la direzione θ_c .
- Si calcola l'insieme sezione Ω come insieme di punti che costituiscono il segmento appartenente al piano xy con punto medio $[x_c, y_c]$, direzione ortogonale a θ_c e lunghezza $2\sigma+1$.
- Un nuovo punto della ridge line $[x_n, y_n]$ è scelto tra i massimi locali del set Ω .
- Il nuovo punto $[x_n, y_n]$ diventa $[x_c, y_c]$ e la nuova direzione θ_c è calcolata.

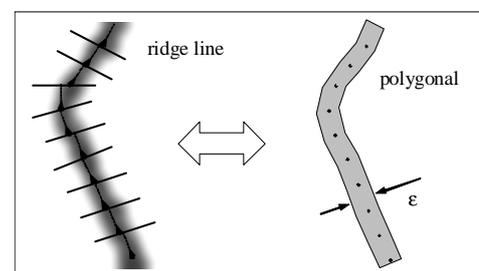
Estrazione di minuzie da immagini a livelli di grigio (4)

- I valori ottimali di μ e σ sono determinati in base allo **spessore medio** delle ridge line.
- L'algoritmo prosegue fino a quando una ridge line termina o interseca un'altra ridge line; in questo caso è stata localizzata una minuzia e l'algoritmo restituisce in output le sue caratteristiche (**tipo, coordinate e direzione**).



Estrazione di minuzie da immagini a livelli di grigio (5)

- Problema: esaminare ogni ridge line una sola volta e localizzare le intersezioni con le ridge line già estratte.
- L'algoritmo usa un'immagine ausiliaria T delle stesse dimensioni di I , inizializzata impostando a 0 il valore di ciascuno dei suoi pixel.
- Ogni volta che si estrae una ridge line da I , i pixel di T a essa corrispondenti sono etichettati. I pixel di T corrispondenti alle ridge line sono quelli appartenenti al poligono di spessore ϵ che congiunge i punti di massimo consecutivi $[x_n, y_n]$ localizzati dall'algoritmo di inseguimento delle ridge line.
- Sia G una griglia regolare sovrapposta all'immagine.
- Per ogni nodo di G l'algoritmo cerca la ridge line più vicina e la insegue (in entrambe le direzioni).

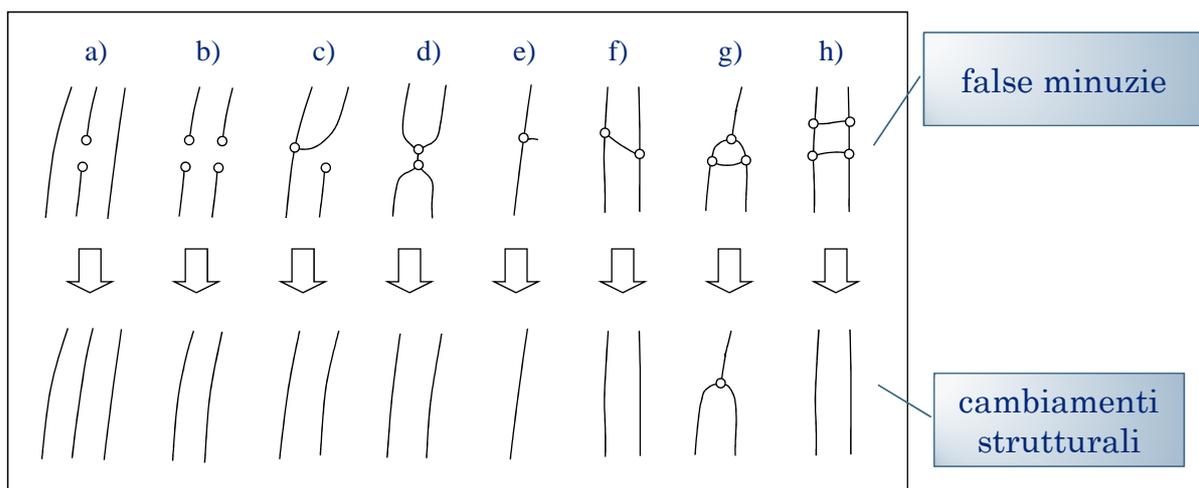


Eliminazione delle false minuzie

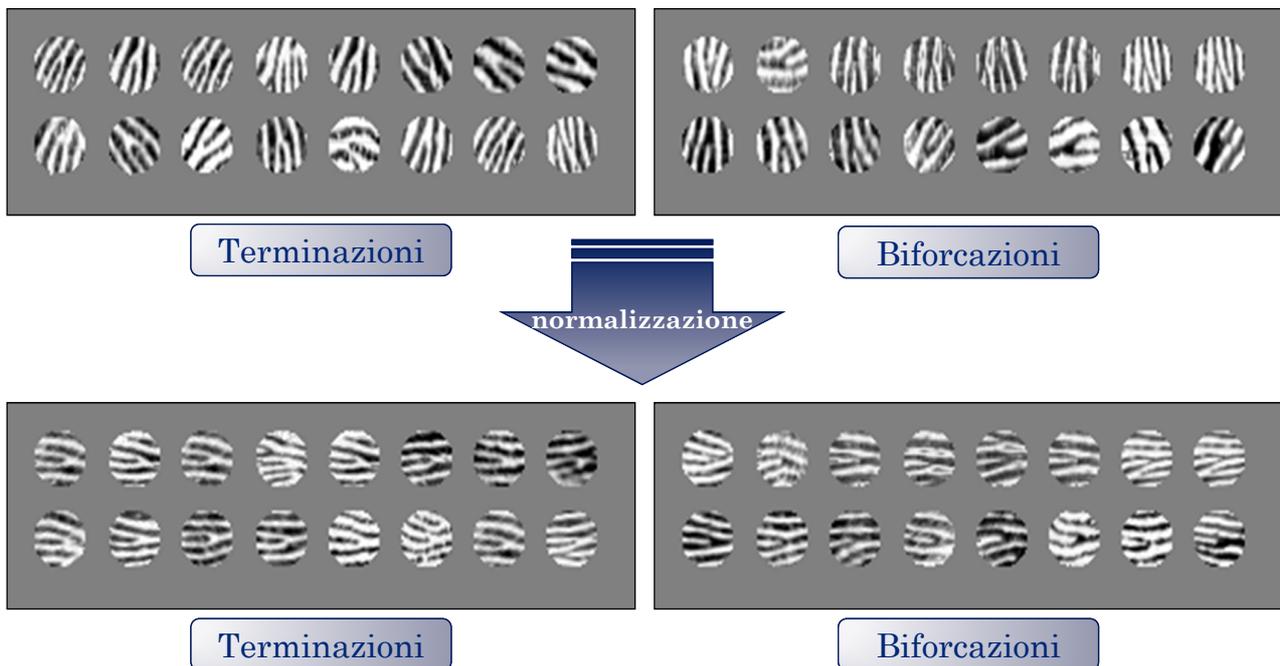
- Spesso è necessario un passo di post-processing per l'eliminazione di false minuzie localizzate in regioni dell'immagine molto rovinate o introdotte nei passi precedenti.
 - **Approccio strutturale**
metodi basato su un insieme di regole definite allo scopo di permettere l'individuazione delle più comuni false minuzie.
 - **Filtraggio di minuzie nell'immagine a livelli di grigio**
Si normalizza l'immagine estratta da un intorno di ciascuna minuzia rispetto all'angolo e alla frequenza locale; l'immagine normalizzata è poi data in ingresso a un classificatore che la classifica come terminazione, biforcazione o falsa minuzia.

Eliminazione di false minuzie approccio strutturale

Le regole definite per individuare le false minuzie si basano su caratteristiche numeriche quali la lunghezza della ridge line, l'angolo della minuzia e il numero di minuzie che la fronteggiano in un intorno.

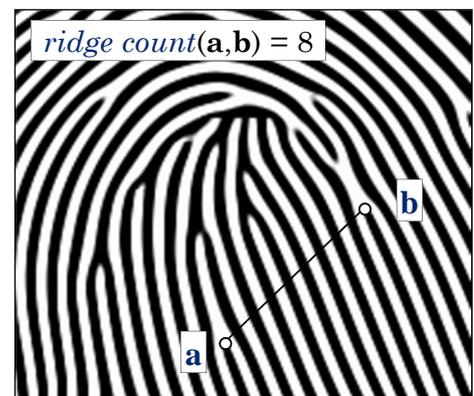


Eliminazione di minuzie in immagini a livelli di grigio



Stima del numero di ridge line (1)

- Tra le caratteristiche delle impronte usate dagli esperti per il riconoscimento c'è anche il numero di ridge (**ridge count**).
- Il ridge count è una misura astratta della distanza tra due punti qualsiasi di un'impronta.
- Presi due punti **a** e **b** di un'impronta, il ridge count corrisponde al numero di ridge line intersecate dal segmento **ab**.



Stima del numero di ridge line (2)

- Sebbene il ridge count sia definito per due punti qualsiasi, solitamente a e b sono scelti in corrispondenza di punti fissi dell'impronta digitale (es. posizione di singolarità o minuzie). Ad esempio in ambito forense spesso si conteggiano le ridge tra core e delta.
- Esistono due principali approcci al conteggio:
 - determinare il numero di transizioni ($0 \rightarrow 1$) lungo il segmento \mathbf{ab} in un'immagine binaria;
 - determinare il numero di massimi locali nella sezione \mathbf{ab} di un'immagine a livelli di grigio. Si veda il metodo basato su x -signature per una possibile implementazione.